

5. KARAKTERISTIK RESPON

Adalah ciri-ciri khusus perilaku dinamik (spesifikasi performansi) Tanggapan (respon) output sistem yang muncul akibat diberikannya suatu sinyal masukan tertentu yang khas bentuknya (disebut sebagai sinyal uji).

5.1. KLASIFIKASI RESPON SISTEM

Berdasarkan sinyal bentuk sinyal uji yang digunakan, karakteristik respon sistem dapat diklasifikasikan atas dua macam, yaitu:

Karakteristik Respon Waktu (*Time Respons*), adalah karakteristik respon yang spesifikasi performansinya didasarkan pada pengamatan bentuk respon output sistem terhadap berubahnya waktu. Secara umum spesifikasi performansi respon waktu dapat dibagi atas dua tahapan pengamatan, yaitu;

Spesifikasi Respon *Transient*, adalah spesifikasi respon sistem yang diamati mulai saat terjadinya perubahan sinyal input/gangguan/beban sampai respon masuk dalam keadaan *steady state*. Tolok ukur yang digunakan untuk mengukur kualitas respon *transient* ini antara lain; *rise time*, *delay time*, *peak time*, *settling time*, dan *%overshoot*.

Spesifikasi Respon *Steady State*, adalah spesifikasi respon sistem yang diamati mulai saat respon masuk dalam keadaan *steady state* sampai waktu tak terbatas (dalam praktek waktu pengamatan dilakukan saat $T_s \leq t \leq 5T_s$). Tolok ukur yang digunakan untuk mengukur kualitas respon *steady state* ini antara lain; *%error steady state* baik untuk eror posisi, eror kecepatan maupun eror percepatan.

Karakteristik Respon Frekuensi (*Frequency Respons*), adalah karakteristik respon yang spesifikasi performansinya didasarkan pengamatan magnitude dan sudut fase dari penguatan/gain (output/input) sistem untuk masukan sinyal sinus ($A \sin \omega t$), pada rentang frekuensi $\omega = 0$ s/d $\omega = \infty$. Tolok ukur yang digunakan untuk mengukur kualitas respon frekuensi ini antara lain; *Frequency Gain Cross Over*, *Frequency Phase Cross Over*, *Frequency Cut-Off* (filter), *Frequency Band-Width* (filter), *Gain Margin*, *Phase Margin*, *Slew-Rate Gain* dan lain-lain.

5.2. Karakteristik Respon Waktu Sistem Orde I dan Sistem Orde II

Respon output sistem orde I dan orde II, untuk masukan fungsi Impulsa, step, ramp dan kuadratik memiliki bentuk yang khas sehingga mudah diukur kualitas responnya (mengggunakan tolok ukur yang ada). Pada sistem orde tinggi umumnya memiliki bentuk respon yang kompleks atau tidak memiliki bentuk respon yang khas, sehingga ukuran kualitas sulit ditentukan.

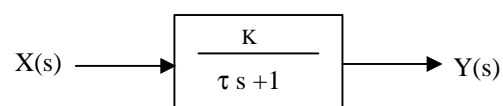
Meskipun demikian, untuk sistem orde tinggi yang ada dalam praktek (sistem yang ada di industri), umumnya memiliki respon menyerupai atau dapat didekati dengan respon orde I dan II. Untuk sistem yang demikian dapatlah dipandang sebagai sistem orde I atau II, sehingga ukuran kualitas sistem dapat diukur dengan tolok ukur yang ada.

5.2.1. Karakteristik Respon Impulsa (Impuls Respon)

Adalah karakteristik sistem yang didapatkan dari spesifikasi respon output terhadap masukan impulsa.

Respon Impulsa sistem orde I

Suatu sistem orde I, dapat digambarkan sebagai berikut:

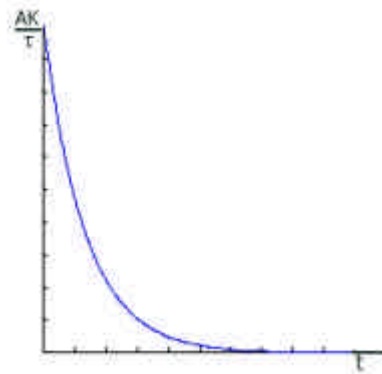


Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{ts+1}$$

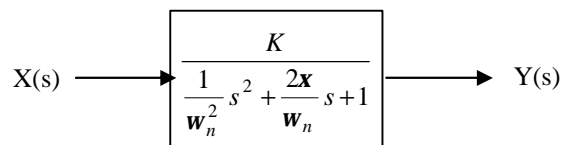
Untuk masukan $x(t) = A\delta(t)$ atau $X(s) = A$, maka respon output sistem dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut:

$$Y(t) = \frac{AK}{t} e^{-\frac{1}{t}t}$$



Respon Impulsa sistem orde II

Suatu sistem orde II, dapat digambarkan sebagai berikut:

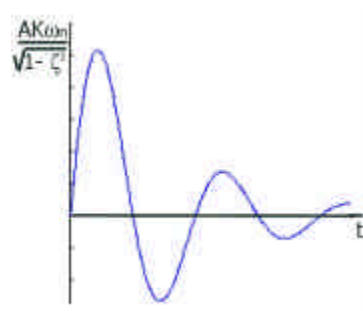


Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{w_n^2} s^2 + \frac{2x}{w_n} s + 1}$$

Untuk masukan $x(t) = A\delta(t)$ atau $X(s) = A$, maka respon output sistem dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut:

$$Y(t) = \frac{AKw_n}{\sqrt{1-x^2}} \text{Sin} w_n \sqrt{1-x^2} t$$

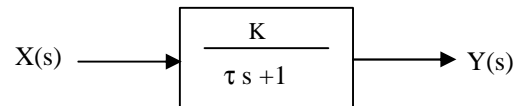


5.2.2. Karakteristik Respon Step (Step Respon)

Adalah karakteristik sistem yang didapatkan dari spesifikasi respon output terhadap masukan Step.

a. Respon Step Sistem Orde I

Suatu sistem orde I, dapat digambarkan sebagai berikut:



Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

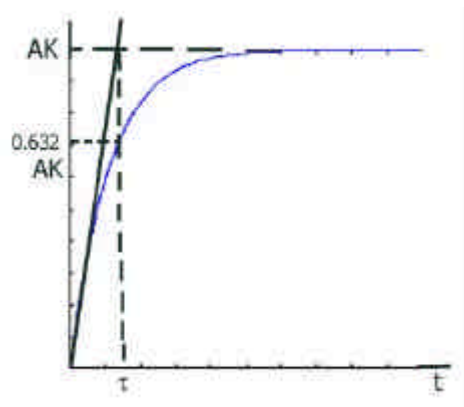
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Untuk masukan $x(t) = A\mu(t)$ atau $X(s) = A/s$, maka output sistem dalam fungsi s dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y(s) = \frac{AK}{s(\tau s + 1)} \quad \text{atau} \quad Y(s) = AK \left[\frac{1}{s} + \frac{1}{s + 1/\tau} \right]$$

Dengan demikian respon $y(t)$ dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut:

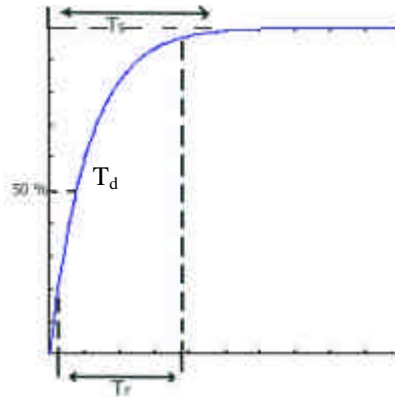
$$Y(t) = AK \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$



a.1. Spesifikasi Respon Step Sistem Orde I

Spesifikasi respon step sistem orde I dapat dinyatakan dalam dua macam spesifikasi yaitu: spesifikasi respon *transient* ($0 \leq t \leq 5T_s$) dan spesifikasi respon *steady state* ($t \geq 5T_s$) yang di ukur melalui %error posisi pada keadaan tunak (*steady state*).

Secara umum respon step sistem orde I dapat di gambarkan sebagai berikut:



a.2. Spesifikasi Respon *Transient* Sistem Orde I

Terdapat beberapa macam ukuran kualitas respon *transient* yang lazim digunakan, a.l.:

Time Constan (t) : Ukuran waktu yang menyatakan kecepatan respon, yang di ukur mulai $t = 0$ s/d respon mencapai 63,2% ($e^{-1} \times 100\%$) dari respon *steady state*.

Rise Time (T_R) : Ukuran waktu yang menyatakan keberadaan suatu respon, yang di ukur mulai respon 5% s/d 95% dari respon *steady state* (dapat pula 10% s/d 90%).

$$T_R = \tau \ln 19 \text{ (5\%–95\%)}, \text{ atau } T_R = \tau \ln 9 \text{ (10\%–90\%)}$$

Settling Time (T_S): Ukuran waktu yang menyatakan respon telah masuk $\pm 5\%$ atau $\pm 2\%$ atau $\pm 0,5\%$ dari respon *steady state*.

$$T_S(\pm 5\%) = 3\tau ; T_S(\pm 2\%) = 4\tau \text{ atau } T_S(\pm 0,5\%) = 5\tau$$

Delay Time (T_D) : Ukuran waktu yang menyatakan faktor keterlambatan respon output terhadap input, di ukur mulai $t = 0$ s/d respon mencapai 50% dari respon *steady state*.

$$T_D = \tau \ln 2$$

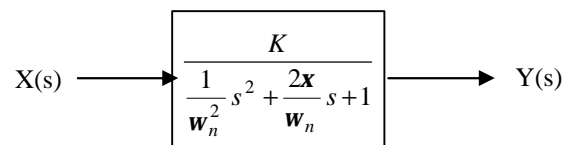
a.3. Spesifikasi Respon *Steady State* Sistem Orde I

Spesifikasi respon *steady state* di ukur melalui %error posisi pada

keadaan tunak : $\%e = \frac{X_{SS} - Y_{SS}}{X_{SS}} \times 100\%$ atau $\%e = (1 - K) \times 100\%$

b. Respon Step Sistem Orde II

Suatu sistem orde II, dapat digambarkan sebagai berikut:



Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{w_n^2} s^2 + \frac{2x}{w_n} s + 1}$$

Untuk masukan $x(t) = A\mu(t)$ atau $X(s) = A/s$, maka output sistem dalam fungsi s dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y(s) = \frac{AKw_n^2}{s(s^2 + 2xw_n s + w_n^2)} \quad \text{memiliki akar karakteristik } S_1 = 0; S_{2,3} = -xw_n \pm w_n \sqrt{x^2 - 1}$$

Tampak bahwa sifat dua akar karakteristik sistem s_2 dan s_3 tergantung pada harga ξ , di mana;

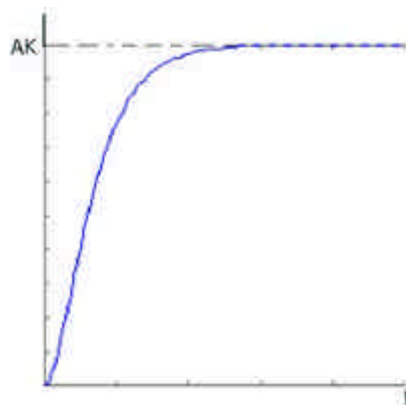
- jika $\xi > 1$ kedua akar berharga real dan berbeda, disebut sebagai sistem *over-damped*;
- jika $\xi = 1$ kedua akar berharga real dan sama, disebut sebagai sistem *critically-damped*;
- jika $\xi < 1$ kedua akar merupakan konjugasi kompleks, disebut sebagai sistem *under-damped*;

b.1. Respon Step Sistem Orde II *Over-Damped* ($\alpha > 1$)

Dengan menggunakan teknik pecahan partial serta inversi transformasi Laplace, $y(t)$ dapat dituliskan sebagai:

$$y(t) = AK \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{\alpha^2 - 1}} \left(\frac{1}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}} e^{-\omega_n(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1})t} - \frac{1}{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1}} e^{-\omega_n(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1})t} \right) \right]$$

Dengan demikian $y(t)$ dapat digambarkan seperti gambar berikut:



Kesimpulan,

- Tampak bahwa respon sistem menyerupai respon sistem orde satu, oleh karena itu spesifikasi respon sistem yang digunakan adalah spesifikasi respon sistem orde satu.
- Sistem orde dua dengan koefisien redaman $\xi > 1$, dapat didekati dengan model orde I, dengan *gain over-all* K sama dengan sistem semula dan *time constant* τ^* adalah waktu yang dicapai respon pada 63,2% dari keadaan *steady state*. Model pendekatan tersebut disebut sebagai *Model Reduksi*.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\alpha}{\omega_n} s + 1} \quad \text{untuk } \alpha > 1 \text{ dapat di reduksi menjadi} \quad \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

- Pengembangan dari pengertian di atas, tiap sistem orde tinggi yang memiliki respon menyerupai atau dapat

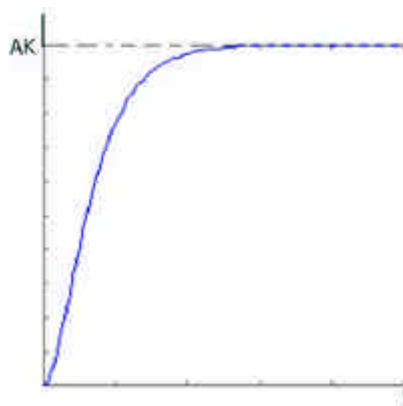
didekati dengan respon sistem orde I, model sistem dapat direduksi menjadi model orde I.

b.2. Respon Step Sistem Orde II *Critically-Damped* ($\zeta=1$)

Dengan menggunakan teknik pecahan partial serta inversi transformasi Laplace, $y(t)$ dapat dituliskan sebagai:

$$y(t) = AK \left[1 - e^{-w_n t} (1 + w_n t) \right]$$

Dengan demikian $y(t)$ dapat digambarkan seperti gambar berikut:



Kesimpulan,

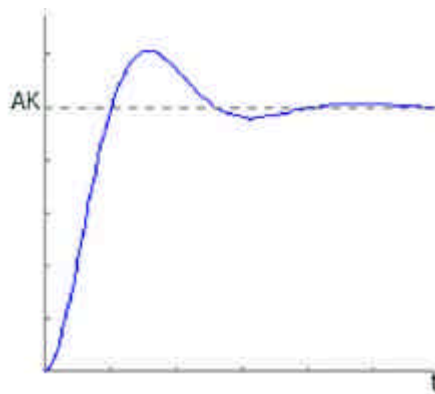
- Tampak bahwa respon sistem menyerupai respon sistem orde satu, oleh karena itu sama seperti kesimpulan sebelumnya, sistem orde dua dengan koefisien redaman $\zeta = 1$, dapat didekati dengan model reduksi orde I, seperti berikut :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{w_n^2} s^2 + \frac{2\zeta}{w_n} s + 1} \quad \text{untuk } \zeta = 1 \text{ dapat di reduksi menjadi} \quad \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{t s + 1}$$

b.3. Respon Step Sistem Orde II *Under-Damped* ($\zeta < 1$)

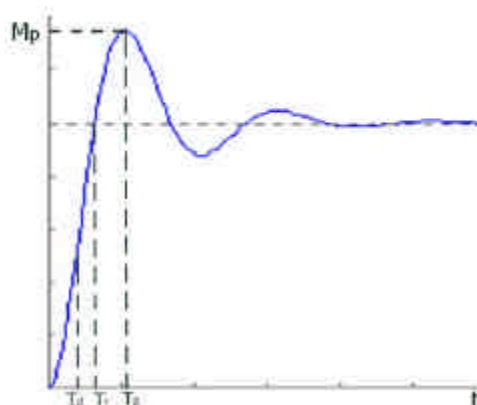
Dengan menggunakan teknik pecahan partial serta inversi transformasi Laplace, $y(t)$ dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut :

$$y(t) = AK \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \cos \left\{ \left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \right) t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right\} \right)$$



b.4. Spesifikasi Respon Step Sistem Orde II

Seperti juga pada sistem orde I, spesifikasi respon step sistem orde II dapat dinyatakan dalam dua macam spesifikasi yaitu: spesifikasi respon *transient* dan spesifikasi respon *steady state*. Secara umum respon *step* sistem orde II dapat di gambarkan sebagai berikut:



b.5. Spesifikasi Respon *Transient* Sistem Orde II

Terdapat beberapa macam ukuran kualitas respon *transient* yang lazim digunakan, a.l.:

Time Constan (t) : Ukuran waktu yang di ukur melalui respon fungsi selubung yaitu mulai $t = 0$ s/d respon mencapai 63,2% ($e^{-1} \times 100\%$) dari respon *steady state*.

$$t = \frac{1}{\mathbf{x}w_n}$$

Rise Time (T_R) : Ukuran waktu yang di ukur mulai respon mulai $t = 0$ s/d respon memotong sumbu *steady state* yang pertama.

$$T_R = \frac{1}{w_n \sqrt{1-x^2}} \left(p - \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \right)$$

Settling Time (T_S): Ukuran waktu yang menyatakan respon telah masuk $\pm 5\%$ atau $\pm 2\%$ atau $\pm 0,5\%$ dari respon *steady state*.

$$T_S(\pm 5\%) = \frac{3}{\mathbf{x}w_n}; \text{ atau } T_S(\pm 2\%) = \frac{4}{\mathbf{x}w_n}; T_S(\pm 0,5\%) = \frac{5}{\mathbf{x}w_n};$$

Delay Time (T_D) : Ukuran waktu yang menyatakan faktor keterlambatan respon output terhadap input, di ukur mulai $t = 0$ s/d respon mencapai 50% dari respon *steady state*.

$$T_D = \frac{0,742}{\mathbf{x}w_n}$$

Overshoot (M_P) : Nilai relatif yang menyatakan perbandingan harga maksimum respon yang melampaui harga *steady state* dibanding dengan nilai *steady state*.

$$\% M_P = \exp\left(-\frac{px}{\sqrt{1-x^2}}\right)$$

Time Peak (T_P) : Ukuran waktu diukur mulai $t = 0$ s/d respon mencapai puncak yang pertama kali (paling besar).

$$T_P = \frac{p}{w_n \sqrt{1-x^2}}$$

b.6. Spesifikasi Respon *Steady State* Sistem Orde II

Seperti juga pada sistem orde I, pada sistem orde II spesifikasi respon *steady state* diukur melalui %eror posisi pada keadaan

$$\text{tunak : } \%e = \frac{X_{SS} - Y_{SS}}{X_{SS}} \times 100\% \quad \text{atau} \quad \%e = (1 - K) \times 100\%$$

5.3. Karakteristik Respon Waktu Sistem Orde Tinggi

Respon output sistem orde tinggi umumnya memiliki bentuk respon yang kompleks atau tidak memiliki bentuk respon yang khas, sehingga ukuran kualitas sulit ditentukan. Meskipun demikian, untuk sistem orde tinggi yang ada dalam praktek (sistem yang ada di industri), umumnya memiliki respon menyerupai atau dapat didekati dengan respon orde I dan II. Untuk sistem yang demikian dapatlah dipandang sebagai sistem orde I atau II, sehingga ukuran kualitas sistem dapat diukur dengan tolok ukur yang ada sebagai mana dilakukan pada sistem orde I dan orde II.